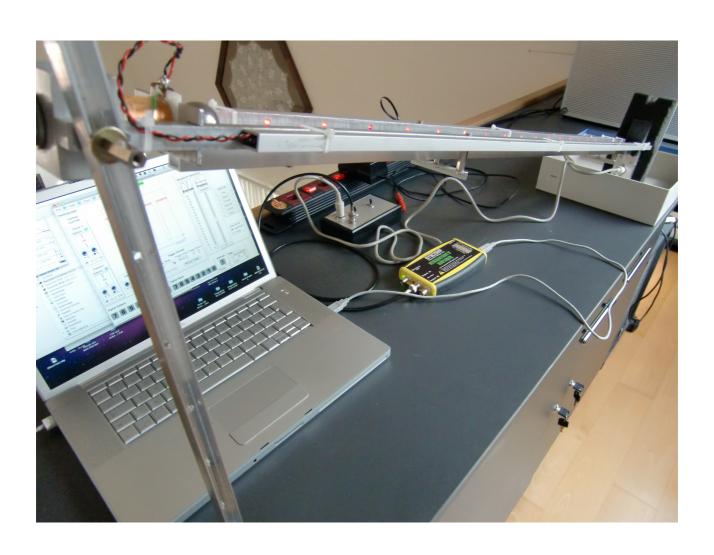
Die Bestimmung der Beschleunigung und der Reibung einer rollenden Metallkugel im Experiment mit 21 Messungen während einem Durchlauf aufgezeichnet mit SYSCOMP Digitizer

von

Dr. Franz Raemy

im November 2010



Einführung des Experimentes "Die schiefe Bahn"

In diesem Experiment soll aus der Messung von Ort und Zeit die Geschwindigkeit - Zeit Funktion gefunden werden. Daraus ergibt sich die experimentell bestimmte Beschleunigung a. Wir vergleichen diese Beschleunigung mit der theoretischen Beschleunigung, welche unter den Voraussetzungen gelten würde, wenn die Kugel keine Rotationsenergie hätte und keine Reibung existieren würde. Das Experiment zeigt, dass dieser vereinfachte Ansatz der Erklärung unzulässig ist. Aus der Energieerhaltung folgt die Transformation der potentiellen Energie in die kinetische Energie und die Rotationsenergie der Kugel und in die Wärmeenergie, die durch Rollreibung entsteht.

Aufbau des Experimentes

Der experimentelle Aufbau zeigt links in der Abbildung 1 die Metallkugel, die durch einen Elektromagneten in der Startposition verharrt, bis der Strom durch die Spule unterbrochen wird. Die LED Lichter liegen 5 cm auseinander, so dass auf einer Strecke von einem Meter genau 21 LED's montiert sind.

Die Abbildung 2 rechts zeigt die schwarze Spannungsversorgung, die Steuerelektronik bestehend aus dem silbergrauen Steuergerät und dem gelben Syscomp CircuitGear Gerät, ein Digitaloszillograph, das für die Aufzeichnung des Signals zuständig ist und dieses an einen Computer überträgt.

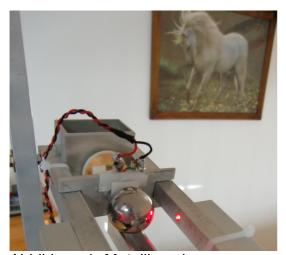


Abbildung 1 Metallkugel

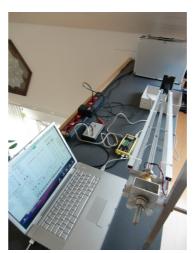


Abbildung 2 Elektronik und Syscomp CircuitGear Gerät

Bestimmung der Geschwindigkeits-Zeit- und der Orts-Zeit-Funktion

Die Geschwindigkeit der Kugel kann aus der Durchlaufzeit und Durchlaufstrecke bestimmt werden. Die Abbildung 3 erklärt die Dauer des Schattens auf einen der Lichtsensoren.

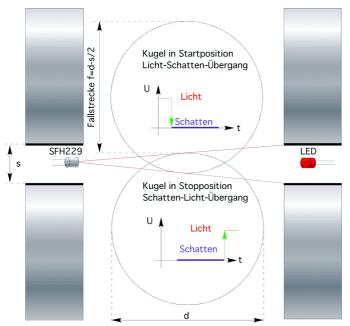


Abbildung 3 Position der Kugel zum Zeitpunkt des Starts und Stopps.

Die Durchlaufstrecke, welche den Schatten vor dem SFH229 Sensor verursacht berechnet sich aus $f = d - \frac{s}{2}$. Darin bedeuten d = 22,22 mm den Durchmesser der Kugel und s = 3 mm die Bohrung für die superhelle LED und für den SFH229 Sensor. Das folgende Diagramm der Abbildung 4 zeigt die Spannungsaufzeichnung als Funktion der Zeit. Wirft die Kugel einen Schatten auf einen der 21 SFH229 Sensoren, dann fällt die Spannung vom Maximalwert auf 0 V. Bei jedem Durchgang durch den Lichtstrahl entsteht ein Rechteckimpuls wie er im folgenden Diagramm zu sehen ist. Es sind insgesamt 21 Messpunkte, die 5 cm Abstand voneinander haben. Die Geschwindigkeit der Kugel ergibt sich aus der Division der Durchlaufstrecke f durch die Dauer der Verdunkelung jeweils zum Zeitpunkt in der Mitte zwischen der Abfall- und der Anstiegsflanke.

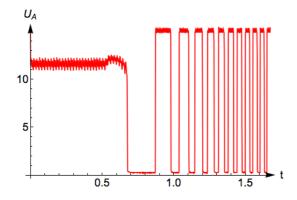


Abbildung 4 Das Zeitsignal aufgezeichnet durch das Syscomp CircuitGear Gerät.

Der Neigungswinkel der Bahn bezüglich der Horizontalen beträgt $10,25^{\circ}$. Die digitalisierten Daten liegen im csv-Format (coma separated values) zur Weiterverarbeitung in Mathematica oder für Excel bereit.

Sollen die Daten mit Excel weiterverarbeitet werden, dann kann aus dem csv File eine Excel Arbeitsmappe erzeugt werden.

Ich bearbeite die csv Daten durch das Mathematica Programm. Das Programm liest die csv Rohdaten ein und berechnet daraus die Funktionen v(t) und x(t).

Die Geschwindigkeit der Kugel als Funktion der Zeit erweist sich als ein linearer Zusammenhang gemäss der Abbildung 5a. Die Messung des Weges in Funktion der Zeit ist in 5b durch die roten Punkte festgehalten, während die blaue Parabel als Fit durch die Messpunkte oder durch Integration der Funktion v(t) berechnet werden kann.

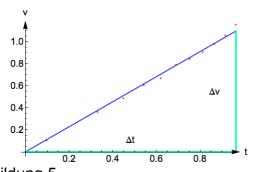
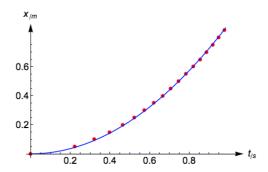


Abbildung 5 5a Geschwindigkeit in Funktion der Zeit



5b Weg in Funktion der Zeit

Die konstante Beschleunigung ergibt sich aus der Steigung der Geraden im v-t-Diagramm. In unserem Experiment ist die Beschleunigung:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1.13 \text{ m/s}^2.$$

Die theoretisch vereinfachte Betrachtung der schiefen Bahn ohne Berücksichtigung der Reibung und der Rotationsenergie würde eine Beschleunigung a = 1,75 $\%_{s^2}$ ergeben. Es existiert also eine sehr grosse Differenz zwischen dem experimentell ermittelten und dem theoretischen Wert der Beschleunigung.

Der lineare Zusammenhangt zwischen v und t lässt sich mathematisch durch die folgende Formel darstellen:

$$v(t) = a \cdot t$$

Durch die Summierung, sprich Integration, erhält man auch den Zusammenhang zwischen Weg und Zeit.

$$x(t) = \int_{0}^{t} a \cdot t \cdot dt = a \frac{t^{2}}{2}$$

$$x(t) = \frac{a}{2}t^{2} \implies t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \implies v(x) = a\sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{2ax} = \sqrt{2a} \cdot \sqrt{x}$$

Die Funktion $v(x) \sim \sqrt{x}$ ist eine Wurzelfunktion. Für den theoretischen Wert von a=1,13 $\frac{m}{s}$ ist $\sqrt{2a}=1,503\frac{\sqrt{m}}{s}$

Die Messung zeigt v(x) für $\sqrt{2a} = 1,503 \frac{\sqrt{m}}{s}$

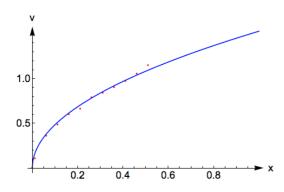


Abbildung 6 Die Geschwindigkeit als Funktion des Weges (Die blaue Kurve ist berechnet und rot sind die Messpunkte)

Die Differenz der gemessenen und der theoretischen Beschleunigung unter der Annahme, dass keine Reibung vorhanden ist und die Rotationsenergie der Kugel vernachlässigt werden kann, verlangt eine umfassendere Analyse des Experimentes. Wir bestimmen aus der Energieerhaltung den Reibungskoeffizienten.

Die Steuerelektronik

Die Steuerelektronik ist eine Eigenentwicklung, die gut definierte Rechtecksignale erzeugt. Der Schatten der Kugel beim Durchgang durch eine Lichtschranke erzeugt einen Übergang von der Maximalspannung auf ca. 0 Volt.

Die Abbildung 7 zeigt das Steuergerät mit den 6 Steuerleitungen des Aus- und Eingangs (Exp) dem Ausgang für den Syscomp CircuitGear Digitaloszillographen und den beiden Schaltern für die LED Beleuchtung und dem Steuerstrom für das B-Feld, welches die Metallkugel vor dem Fall zurückhält.



Abbildung 7 Steuerelektronik



Abbildung 8 das offene Steuergerät

Die Spannungsversorgung

Die Spannungsversorgung kann mit zwei Netzgeräten der folgenden Abbildungen 9 oder 10 erfolgen. Die Spannung kann bis 15 Volt betragen.



Abbildung 9 offenes Steuergerät mit Spannungsquelle 15V



Abbildung 10offenes Steuergerät mit Spannungsquelle 12V