Die quadratische Gleichung

Die quadratische Gleichung in der allgemeinen Form:

$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ $\qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}; b, c \in \mathbb{R}$

hat abhängig von der Diskriminanten $\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$ die Lösungen:

$$\begin{array}{ll} a)\ \underline{\underline{\Delta > 0}} \Rightarrow & x_{1;2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ b)\ \underline{\underline{\Delta = 0}} \Rightarrow & x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a} \\ c)\ \underline{\underline{\Delta < 0}} \Rightarrow & L_x = \{\ \} \end{array}$$

Die quadratische Gleichung in der Normalform:

$\boxed{x^2 + px + q = 0}$ $\qquad p, q \in \mathbb{R}$

hat abhängig von der Diskriminanten $\boxed{\Delta = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ die Lösungen:

$$\begin{array}{ll} a)\ \underline{\underline{\Delta > 0}} \Rightarrow & x_{1;2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\dfrac{p}{2}\right)^2 - q} \\ b)\ \underline{\underline{\Delta = 0}} \Rightarrow & x_1 = x_2 = \dfrac{-p}{2} \\ c)\ \underline{\underline{\Delta < 0}} \Rightarrow & L_x = \{\ \} \end{array}$$

Bemerkung
Die Normalform erhält man durch Division der quadratischen Gleichung in der allgemeinen Form durch a. Somit sind $p = \frac{b}{a}$ und $q = \frac{c}{a}$.

Im Fall, dass die Diskriminante Δ positiv oder Null ist und somit zwei gleiche oder verschiedene Lösungen x_1 und x_2 der quadratischen Gleichung existieren, kann die quadratische Gleichung auch in der Nullstellenform geschrieben werden:

$$\begin{array}{ll} a)\ \underline{\underline{\Delta > 0}} \Rightarrow & a(x - x_1)(x - x_2) = 0 \\ b)\ \underline{\underline{\Delta = 0}} \Rightarrow & a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \end{array}$$

In der Nullstellenform liegt die quadratische Gleichung in faktorisierter Form vor.