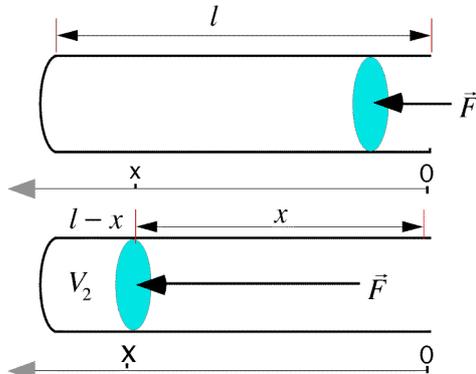


12. Das Volumen von einem Liter Luft bei einer Atmosphäre soll auf einen Druck von 20 atm isotherm komprimiert werden.
- Wieviel Arbeit verlangt die Verkleinerung des Volumens?
  - Wie gross ist das Volumen bei 20 atm?
  - Man lässt die Arbeit von der Schwerkraft verrichten. Berechnen Sie, wie gross die Masse des Kolbens im Zylinder mit dem Radius 2 cm sein muss.

**Antwort:**



a)

$$W = \int_0^x F \cdot dx = \int_0^x p(x) A \cdot dx$$

$$\text{isotherm: } T = \text{konst} \quad \Rightarrow \frac{p(x)}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{A(l-x)}$$

$$\Rightarrow p(x) = \frac{V_1}{A(l-x)} \cdot p_1$$

$$\Rightarrow W = \int_0^x \frac{V_1}{A(l-x)} \cdot p_1 \cdot A \cdot dx = V_1 \cdot p_1 \int_0^x \frac{1}{(l-x)} dx$$

$$\text{Substitution: } u(x) = l-x \quad \Rightarrow \frac{du}{dx} = -1 \quad \Rightarrow dx = -du$$

$$\Rightarrow W = -V_1 \cdot p_1 \int_l^{l-x} \frac{1}{u} du = -V_1 \cdot p_1 [\ln(u)]_l^{l-x} = -V_1 \cdot p_1 [\ln(l-x)]_0^x$$

$$\Rightarrow W = -V_1 \cdot p_1 [\ln(l-x) - \ln(l)] = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{l}{l-x}\right) = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{l_1}{l_2}\right)$$

$$\text{mit: } p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow p_1 A l_1 = p_2 A l_2 \quad \Rightarrow p_1 l_1 = p_2 l_2 \quad \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow W = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 101325 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \ln\left(\frac{20}{1}\right) \quad \Rightarrow \underline{\underline{W = 303 \text{ Js}}}$$

b)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{V_2 = 0,05 \text{ l}}} \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{V_2 = 0,05 \text{ l}}}$$

c)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{V_2 = 0,05 \text{ l}}}$$

$$p_2 = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p_2 A \quad \wedge \quad F = G = mg$$

$$mg = p_2 A \quad \Rightarrow m = \frac{p_2 A}{g} = \frac{p_2 \pi \cdot r^2}{g} \quad \Rightarrow \underline{\underline{m = 259,59 \text{ kg}}}$$