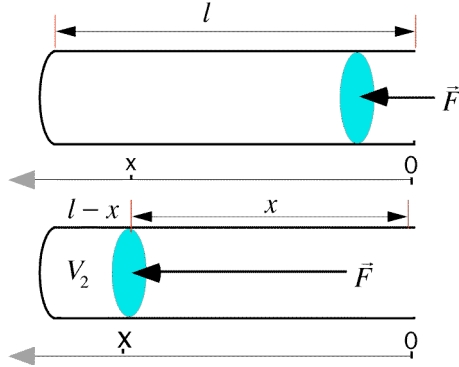


12. Le volume de 1 litre d'air à la pression d'une atmosphère est comprimé à la pression finale de 20 atmosphères. La température reste constante (processus isotherme).
- Quel travail demande la variation du volume?
 - Quel est le volume à la pression de 20 atm ?
 - Si une masse placée sur le piston du cylindre vertical de rayon 2 cm engendre la pression finale, déterminez la masse nécessaire.



Réponse: a)

$$W = \int_0^x F \cdot dx = \int_0^x p(x) A \cdot dx$$

$$\text{isotherme : } T = \text{const} \quad \Rightarrow \quad \frac{p(x)}{p_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{A(l-x)}$$

$$\Rightarrow p(x) = \frac{V_1}{A(l-x)} \cdot p_1$$

$$\Rightarrow W = \int_0^x \frac{V_1}{A(l-x)} \cdot p_1 \cdot A \cdot dx = V_1 \cdot p_1 \int_0^x \frac{1}{(l-x)} dx$$

$$\text{Substitution : } u(x) = l-x \quad \Rightarrow \quad \frac{du}{dx} = -1 \quad \Rightarrow \quad dx = -du$$

$$\Rightarrow W = -V_1 \cdot p_1 \int_l^{l-x} \frac{1}{u} du = -V_1 \cdot p_1 [\ln(u)]_l^{l-x} = -V_1 \cdot p_1 [\ln(l-x)]_0^x$$

$$\Rightarrow W = -V_1 \cdot p_1 [\ln(l-x) - \ln(l)] = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{l}{l-x}\right) = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{l_1}{l_2}\right)$$

$$\text{avec : } p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow \quad p_1 A l_1 = p_2 A l_2 \quad \Rightarrow \quad p_1 l_1 = p_2 l_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\Rightarrow W = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = 10^{-3} m^3 \cdot 101325 \frac{N}{m^2} \ln\left(\frac{20}{1}\right) \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{W = 303 Ws}}$$

Réponse: b)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{V_2 = 0,05 l}}$$

Réponse: c)

$$p_2 = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p_2 A \quad \wedge \quad F = G = mg$$

$$mg = p_2 A \quad \Rightarrow \quad m = \frac{p_2 A}{g} = \frac{p_2 \pi \cdot r^2}{g} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{m = 259,59 kg}}$$