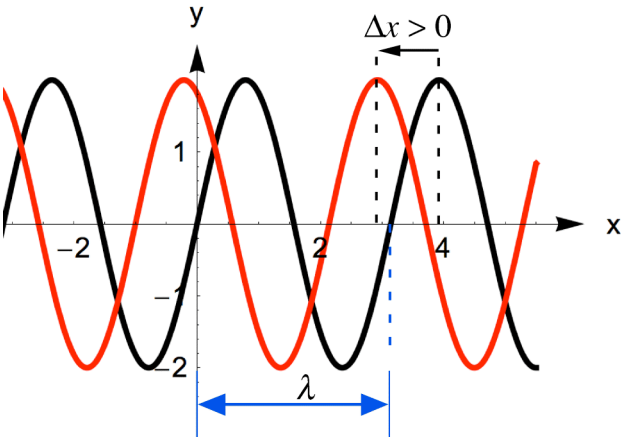
Le déphasage des fonctions

Dr F. Raemy

Définitions

Dans la suite, nous étudions deux fonctions. À gauche on a la fonction sinus dépendante du lieu x et à droite la fonction sinus dépendante du temps t, en physique appelé oscillateur harmonique.

f est fonction du lieu x:



La fonction noire
(sans déphasage)

$$y = f(x) = a\ \sin(k \cdot x)$$

La fonction rouge est déphasée
par rapport à la position zéro

$$y = f(x) = a\ \sin(k \cdot x + \Delta\varphi_x)$$

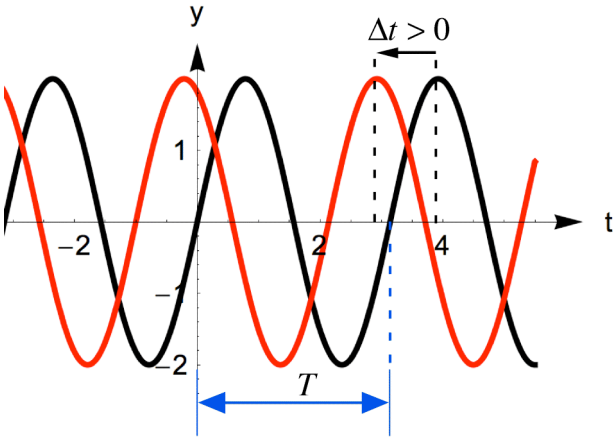
a est l'amplitude,

$k := \dfrac{2\pi}{\lambda}$ est **le nombre d'onde**, défini par la **longueur d'onde** λ, c'est la **distance** entre deux points de la même phase.

$\Delta\varphi_x = k \cdot \Delta x$ est le **déphasage local**.

Δx est le déplacement par rapport à la fonction sinus passant par l'origine.
Si la fonction rouge est déplacée à droite, alors $\Delta x < 0$, dans l'autre cas $\Delta x > 0$.

f est fonction du temps t:



La fonction noire
(sans déphasage)

$$y = f(t) = a\ \sin(\omega \cdot t)$$

La fonction rouge est déphasée
dans le temps

$$y = f(t) = a\ \sin(\omega \cdot t + \Delta\varphi_t)$$

a est l'amplitude,

$\omega := \dfrac{2\pi}{T}$ est la **vitesse angulaire**, définie par la **période** T, c'est la **différence du temps** entre deux points de la même phase.

$\Delta\varphi_t = \omega \cdot \Delta t$ est le **déphasage du temps**.

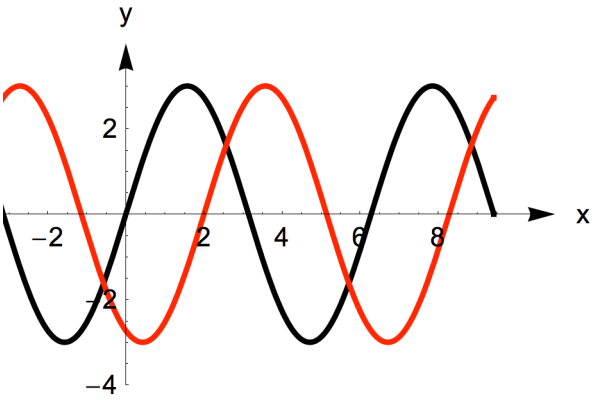
Δt est le déplacement par rapport à la fonction sinus passant par l'origine.
Si la fonction rouge est déplacée à droite, alors $\Delta x < 0$, dans l'autre cas $\Delta x > 0$.

Il y a une infinité de possibilités d'obtenir la fonction rouge par un déplacement de la fonction noire. La fonction n'est pas unique.

Exemple 1

On considère la fonction rouge par rapport à la fonction noire passante par l'origine.

f est fonction du lieu x:



Les deux fonctions ont l'amplitude $\boxed{a = 3}$

Pour la fonction noire on a:

$$\boxed{y = f(x) = a \cdot \sin x \wedge k = 1 \wedge \Delta\varphi_x = 0}$$

Pour la fonction rouge, on a:

La distance entre deux points de même phase définit le nombre d'onde k.

$$\boxed{\lambda = 2\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1}$$

La fonction rouge est déplacée de deux unités à droite.

$$\boxed{\Delta x = -2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\varphi_x = k \cdot \Delta x = -2}$$

La fonction rouge est aussi déplacée de $\Delta x = 2\pi - 2 \approx 4{,}2832$ unités à gauche.

$$\boxed{\Delta x = 2\pi - 2} \quad \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi_x = k \cdot \Delta x = 2\pi - 2}$$

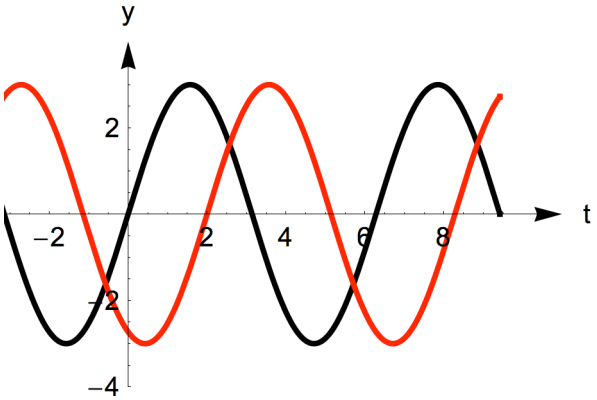
La fonction rouge déplacée à droite s'écrit

$$\boxed{y = f(x) = 3 \cdot \sin(x - 2) = -3\sin(2 - x)}$$

et celle qui est déplacée à gauche

$$\boxed{\begin{aligned} y &= f(x) = 3 \cdot \sin(x + (2\pi - 2)) \\ y &= f(x) = -3 \cdot \sin(x + (\pi - 2)) \end{aligned}}$$

f est fonction du temps t:



Les deux fonctions ont l'amplitude $\boxed{a = 3}$

Pour la fonction noire on a:

$$\boxed{y = f(t) = a \cdot \sin t \wedge \omega = 1 \wedge \Delta\varphi_t = 0}$$

Pour la fonction rouge, on a:

La différence du temps entre deux points de même Phase définit la vitesse angulaire ω.

$$\boxed{T = 2\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 1}$$

La fonction rouge est déplacée de deux unités à droite.

$$\boxed{\Delta t = -2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\varphi_t = \omega \cdot \Delta t = -2}$$

La fonction rouge est aussi déplacée de $\Delta t = 2\pi - 2 \approx 4{,}2832$ unités à gauche.

$$\boxed{\Delta t = 2\pi - 2} \quad \Rightarrow \boxed{\Delta\varphi_t = \omega \cdot \Delta t = 2\pi - 2}$$

La fonction rouge déplacée à droite s'écrit

$$\boxed{y = f(t) = 3 \cdot \sin(t - 2) = -3\sin(2 - t)}$$

et celle qui est déplacée à gauche

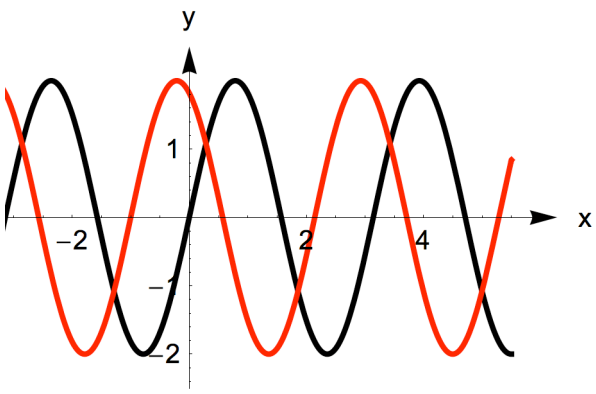
$$\boxed{\begin{aligned} y &= f(t) = 3 \cdot \sin(t + (2\pi - 2)) \\ y &= f(t) = -3 \cdot \sin(t + (\pi - 2)) \end{aligned}}$$

Il y a beaucoup de possibilités de décrire la même fonction.

Exemple 2

On considère la fonction rouge par rapport à la fonction noire passante par l'origine.

f est fonction du lieu x:



L'amplitude est $\boxed{a = 2}$.

Pour la fonction noire on a: $\lambda = \pi$

$$\boxed{y = f(x) = a \cdot \sin 2x \wedge k = 2 \wedge \Delta\varphi_x = 0}$$

Pour la fonction rouge, on a:

La distance entre deux points de même phase définit le nombre d'onde.

$$\boxed{\lambda = \pi} \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2}$$

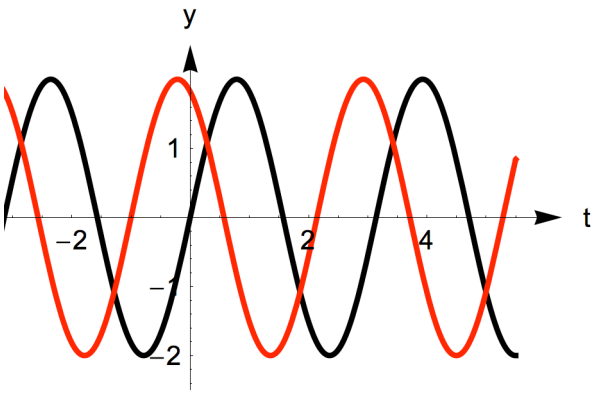
La fonction rouge est déplacée d'une unité à gauche.

$$\boxed{\Delta x = 1} \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\varphi_x = k \cdot \Delta x = 2}$$

La fonction rouge s'écrit

$$\boxed{\begin{aligned} y &= f(x) = 2 \cdot \sin(2 + 2x) = -2 \cdot \sin(-2x - 2) \\ y &= f(x) = 2 \cdot \sin(2x - 2(\pi - 1)) \end{aligned}}$$

f est fonction du temps t:



L'amplitude est $\boxed{a = 2}$.

Pour la fonction noire on a: $T = \pi$

$$\boxed{y = f(t) = a \cdot \sin 2t \wedge \omega = 2 \wedge \Delta\varphi_t = 0}$$

Pour la fonction rouge, on a:

La différence du temps entre deux points de même Phase définit la vitesse angulaire.

$$\boxed{T = \pi} \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2}$$

La fonction rouge est déplacée d'une unité à gauche.

$$\boxed{\Delta t = 1} \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\varphi_t = \omega \cdot \Delta t = 2}$$

La fonction rouge s'écrit

$$\boxed{\begin{aligned} y &= f(t) = 2 \cdot \sin(2 + 2t) = -2 \cdot \sin(-2t - 2) \\ y &= f(t) = 2 \cdot \sin(2t - 2(\pi - 1)) \end{aligned}}$$