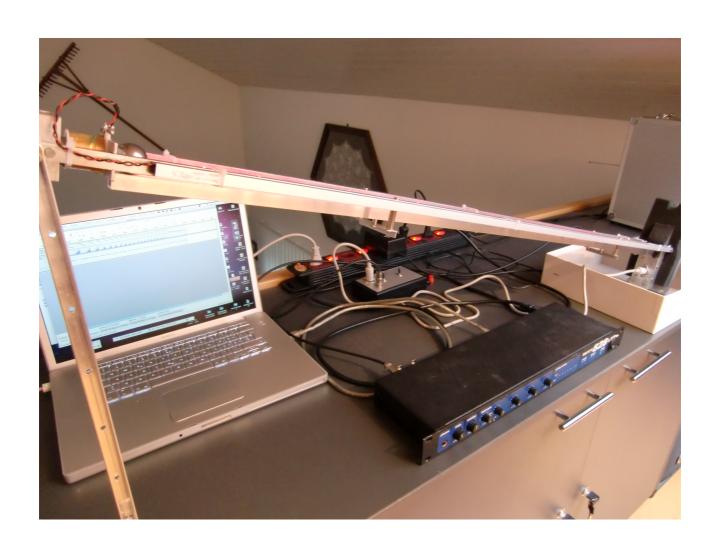
# La détermination de l'accélération d'une sphère métallique à l'aide de 21 mesures pendant un parcours dans le plan incliné enregistré par le MOTU 828

de

**Dr Franz Raemy** 

septembre 2010



# Introduction de l'expérience « le plan incliné »

L'expérience doit fournir la fonction lieu en fonction du temps à partir des mesures des positions et du temps. On obtient l'accélération mesuré a. Nous allons comparer cette accélération avec la valeur théorique obtenue sous l'affirmation que l'énergie de rotation de la sphère ne joue pas de rôle et que les forces de frottement sont négligeables. L'expérience montre que cette explication simple n'est pas valable. La conservation de l'énergie décrit la transformation de l'énergie potentielle en énergie cinétique et en énergie de rotation de la sphère et en chaleur provenant de la force de frottement de roulement.

# Composantes de l'expérience

La figure 1 montre la sphère métallique retenue par le champ magnétique au point de départ, jusqu'au moment où on coupe le courant électrique. Les LEDs rouges sont séparées de 5 cm l'une par rapport à l'autre tel que sur un mètre de distance il y a 21 diodes pour les mesures du temps.

La figure 2 à droite montre l'alimentation noire, la boîte grise avec l'électronique du système et l'appareil digital Motu 828, qui enregistre le signal provenant des capteurs lumineux. Le signal est envoyé à un PC ou MAC.







Figure 2 L'électronique et l'appareil MOTU 828

## Le diagramme vitesse - temps et le diagramme lieu - temps

La vitesse de la sphère est déterminée par la division distance par le temps. La distance entre deux capteurs SFH229 est de 5 cm.

La figure 3 montre le signal de la tension enregistrée pendant un parcours. L'ombre enregistré par un des 21 capteurs SFH229 engendré par la sphère provoque la chute de la tension à la valeur minimale. Ainsi on observe un signal pour chacune des transitions devant les capteurs séparées de 5 cm.

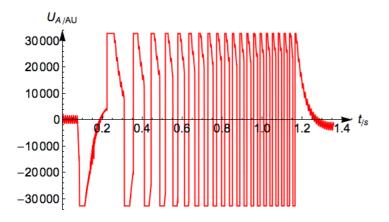
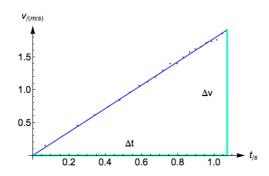


Figure 4 Le signal enregistré par le MOTU 828

L'inclinaison des rails par rapport à l'horizontale vaut  $15,25^{\circ}$ . Le programme Mathematica lit les valeurs, enregistrées au format AIFF.

Je traite le fichier AIFF par le programme Mathematica. Mathematica lit les valeurs et détermine les fonctions v(t) et x(t).

La vitesse en fonction du temps se manifeste sous la forme d'une droite montrée dans la figure 4a. Les mesures du chemin en fonction du temps sont représentées par les points rouges dans 4b. La ligne bleue représente la meilleure parabole ou l'intégrale de la fonction v(t).



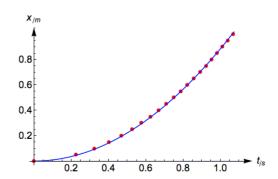


Figure 4
4a La vitesse en fonction du temps

4b chemin en fonction du temps

L'accélération constante est déterminée par la pente de la droite montré au diagramme v(t). Notre expérience nous fournit l'accélération:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1,78 \text{ m/s}^2$$

Sans l'énergie de rotation et en négligeant le frottement, la valeur de l'accélération théorique fournit  $a = 2.58 \, \text{m/s}^2$ . Il y a une différence considérable entre la valeur mesurée et la valeur théorique de l'accélération.

La vitesse v est une fonction linéaire du temps t et elle s'écrit.

$$v(t) = a \cdot t$$

Par sommation, l'intégration donc, on obtient le chemin en fonction du temps t.

$$x(t) = \int_{0}^{t} a \cdot t \cdot dt = a \frac{t^{2}}{2}$$

$$x(t) = \frac{a}{2}t^{2} \implies t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \implies v(x) = a\sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{2ax} = \sqrt{2a} \cdot \sqrt{x}$$

La fonction  $v(x) \sim \sqrt{x}$  est une fonction racine. Pour la valeur théorique de a=1,78 %, on a  $\sqrt{2a}=1,887\frac{\sqrt{m}}{x}$ 

La mesure nous fournit v(x) pour  $\sqrt{2a} = 1,887 \frac{\sqrt{m}}{s}$ 

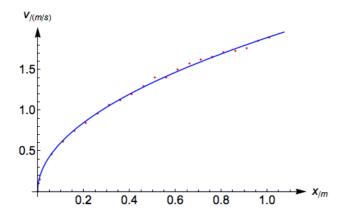


Figure 5 La vitesse en fonction du chemin. (La courbe bleue est calculée et les points rouges sont des points mesurés)

La différence de la valeur mesurée et la valeur théorique de l'accélération sous la condition que le frottement est négligeable et que l'énergie de rotation ne joue pas de rôle demande une analyse plus détaillée de l'expérience. Nous déterminons le coefficient de frottement par la conservation des énergies.

## Détermination du coefficient de frottement

On détermine le coefficient de frottement en considérant aussi l'énergie de rotation de la sphère. La conservation de l'énergie fournit l'équation suivante. L'énergie potentielle est transformée en énergie cinétique et l'énergie de rotation de la sphère et la chaleur. I est le moment d'inertie,  $F_R$  est la force résistante ou force de frottement.

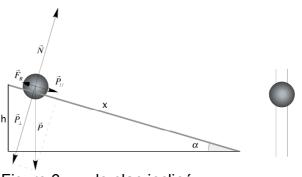


Figure 6 le plan incliné

$$E_{pot} = E_{cin} + E_{rot} + E_{\Delta Q} \qquad \Rightarrow \qquad mgh = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2}I \cdot \omega^2 + F_R \cdot x$$

$$\wedge \qquad I = \frac{2}{5}m \cdot r^2 \qquad \wedge \qquad v = \omega \cdot r \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \frac{v}{r}$$

$$F_R = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \qquad mgh = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}m \cdot r^2 \cdot \omega^2 + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot x$$

$$\Rightarrow \qquad mgh = \frac{1}{2}m \cdot v^2 + \frac{1}{5}m \cdot v^2 + \mu mg \cos \alpha \cdot x$$

$$\Rightarrow \qquad gh = \frac{7}{10}v^2 + \mu \cdot g \cdot x \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \qquad \mu = \frac{g \cdot x \cdot \sin \alpha - \frac{7}{10}v^2}{g \cdot x \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha - \frac{7}{10} \cdot \frac{v^2}{g \cdot x \cdot \cos \alpha}$$

### Détermination de l'incertitude du coefficient de frottement

L'incertitude maximale du coefficient de frottement est déterminée par l'équation suivante.

$$\Delta \mu = \left| \frac{\partial \mu}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right| + \left| \frac{\partial \mu}{\partial a} \Delta a \right| + \left| \frac{\partial \mu}{\partial t} \Delta t \right| + \left| \frac{\partial \mu}{\partial x} \Delta x \right|$$

On multiplie les dérivées partielles avec les estimations des incertitudes de l'expérience.

$$\frac{\partial \mu}{\partial \alpha} \Delta \alpha = \frac{1}{\cos^2(\alpha)} - \frac{7 \cdot a^2 \tan(\alpha)}{10 g x \cos(\alpha)}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial a} \Delta a = -\frac{7 \cdot a \cdot t^2}{5 g x}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} \Delta t = -\frac{7 \cdot t \cdot a^2}{5 g x}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} \Delta t = \frac{7 \cdot a^2}{10 g x^2 \cos(\alpha)}$$

D'où l'on obtient l'incertitude absolue maximale de Gauss du coefficient de frottement.

$$\Delta \mu = \left| \frac{1}{\cos^2(\alpha)} - \frac{7 \cdot a^2 \tan(\alpha)}{10 g x \cos(\alpha)} \right| + \left| -\frac{7 \cdot a \cdot t^2}{5 g x} \right| + \left| -\frac{7 \cdot t \cdot a^2}{5 g x} \right| + \left| \frac{7 \cdot a^2}{10 g x^2 \cos(\alpha)} \right|$$

# L'électronique

L'électronique, capable de fournir un signal bien défini, est un développement de ma part. L'ombre de la sphère provoque une transition à la tension minimale de  $-2^{15}$  bit. La figure 7 montre l'appareil électronique avec les 6 lignes de commande pour les sorties et entrées (Exp), la sortie pour le Motu 828 et les deux interrupteurs pour les LEDs et du courant pour le champ magnétique B qui retient la sphère métallique.





Figure 7 L'appareil de commande

Figure 8 L'appareil de commande ouvert

### La source de tension

L'alimentation de l'expérience peut se faire par les deux sources de tensions montrés dans les figures 9 ou 10. La tension doit être entre 12 et 15 Volts.



Figure 9 l'appareil ouvert et source de tension 15V



Figure 10 l'appareil ouvert et source de tension 12V