

Courant alternatif

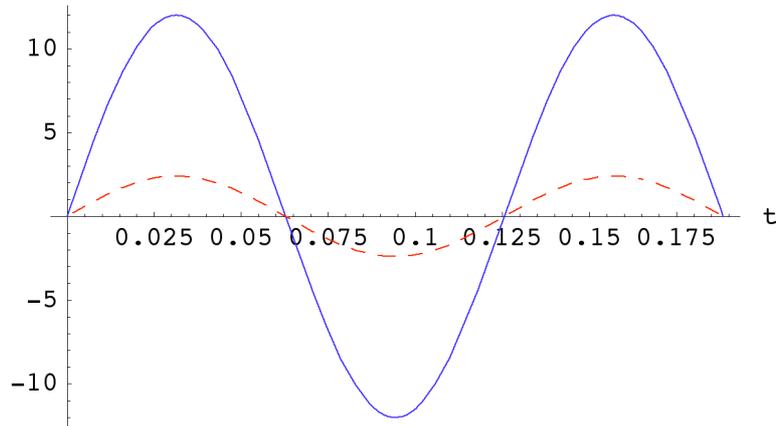
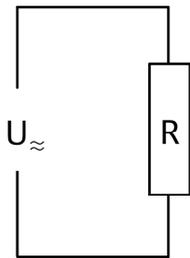
Dr F. Raemy

La tension alternative et le courant alternatif ont la représentation mathématique :

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_U) \quad ; \quad I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_I)$$

1 Une résistance dans un circuit à courant alternatif

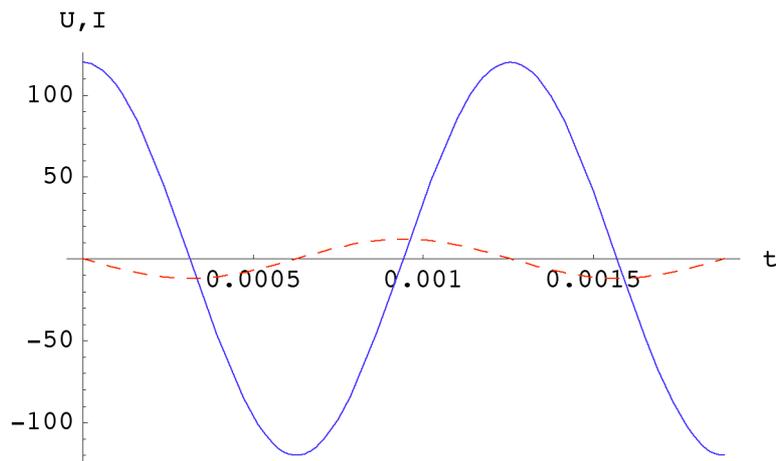
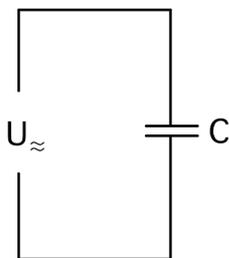
Le déphasage : $\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_I = 0 \Rightarrow \varphi_I = \varphi_U$
U, I



$$\begin{aligned} U_{\approx} &= R \cdot I_{\approx} \\ I(t) &= I_0 \sin(\omega \cdot t) \\ \Rightarrow U(t) &= R \cdot I_0 \sin(\omega \cdot t) \quad \Rightarrow \underline{\underline{U_0 = R \cdot I_0}} \end{aligned}$$

2 Une capacité dans un circuit à courant alternatif

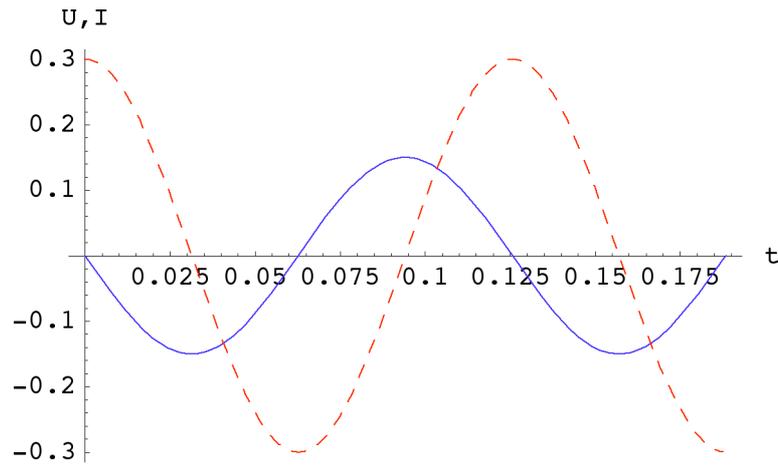
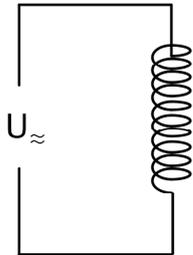
Le déphasage : $\Delta\varphi = \varphi_U - \varphi_I = -\frac{\pi}{2}$
U, I



$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= I_{\approx} = I(t) = C \frac{dU}{dt} \\ U(t) &= U_0 \cos(\omega \cdot t) = U_0 \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) \\ \Rightarrow I(t) &= -C \cdot \omega \cdot U_0 \sin(\omega \cdot t) = -I_0 \sin(\omega \cdot t) = I_0 \sin(\omega \cdot t + \pi) \quad \Rightarrow \underline{\underline{R_C = \frac{1}{\omega \cdot C}}} \end{aligned}$$

3 Une bobine dans un circuit à courant alternatif

Déphasage : $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = +\frac{\pi}{2}$



$$U(t) = L \frac{di}{dt} \quad [L] = \frac{Vs}{A} = H$$

$$I(t) = I_0 \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) = I_0 \cos(\omega \cdot t)$$

$$\Rightarrow U(t) = L \cdot \omega \cdot I_0 \cos(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2}) = U_0 \sin(\omega \cdot t + \pi) \quad \Rightarrow \underline{\underline{R_L = \omega \cdot L}}$$

Résumé :

La tension alternative : $U = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_U); U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}; \hat{U}, \hat{I} : \text{valeurs de crête}$

L'intensité du courant alternatif $I = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_I); I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}; U_{eff}, I_{eff} : \text{valeurs efficaces}$

Puissance efficace $P = UI \cos(\varphi_I - \varphi_U) = U_{eff} I_{eff} \cos(\varphi_I - \varphi_U)$

L'impédance d'une résistance R $Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U}{I} = R$

L'impédance d'une capacité C $Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega \cdot C}$

L'impédance d'un self L $Z = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{U}{I} = \omega \cdot L \quad L : \text{coefficient d'auto-induction}$

4 Circuit R L C et la résonance

4.1 R L C en série

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad ; \quad \tan(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

4.2 R L C en parallèle

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad ; \quad \tan(\varphi_1 - \varphi_2) = R \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)$$

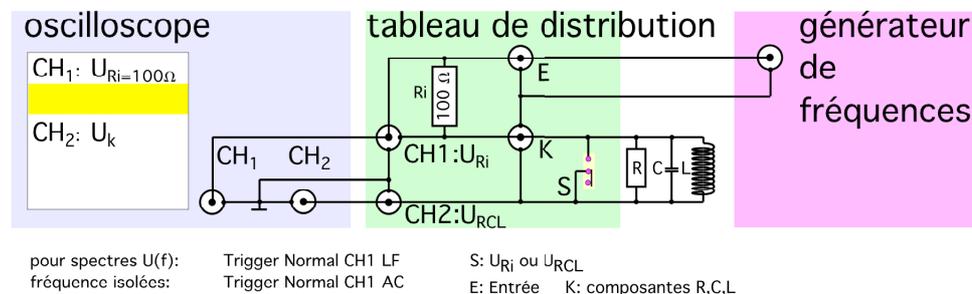
4.3 La fréquence résonance du circuit sans amortissement

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

5 Le comportement des résistances, capacités et bobines dans un circuit à courant alternatif

5.1 Expérience

Nous répétons l'expérience suivante pour R, L et C. Le but est d'apprendre le comportement des composantes en fonction de la fréquence.



5.2 Description

Un générateur de fréquence variable engendre les oscillations de fréquence. On peut ajuster la fréquence à la main ou bien choisir le mode automatique. Dans le mode automatique, la fréquence augmente en fonction du temps t. Le mode manuel nous permet la comparaison des amplitudes pour une fréquence choisie, le mode automatique nous permet l'analyse du comportement des composantes R, L et C en fonction de la fréquence. Le signal du générateur est relié à l'entrée E du tableau de distribution. La connexion K est réservée pour les composantes R, L et C.

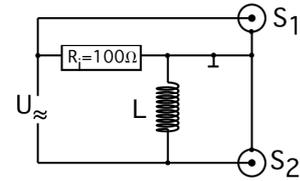
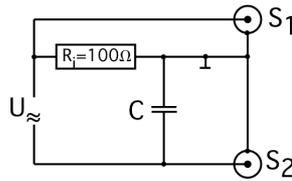
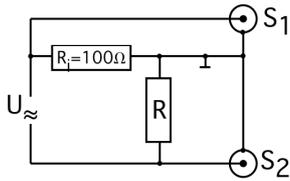
5.3 Le commutateur S

Le commutateur S nous offre la possibilité du changement de polarité du signal d'entrée du générateur de fréquences variables. Le canal S1 nous permet de mesurer la tension aux bornes de la résistance $R_i = 100 \Omega$, qui est proportionnelle au courant qui traverse cette résistance et par conséquent aussi au courant, qui traverse l'élément R, L ou bien C branché sur K. La fréquence est déterminée par la valeur

réciroque de la période du signal.

Si la sortie X du générateur est reliée avec l'entrée trigger de l'oscilloscope, on doit assurer que le blindage ne soit pas en contact avec l'oscilloscope.

D'où l'on obtient le schéma correspondant pour les trois composantes R, C et L :



5.4 Les mesures de R, L et C

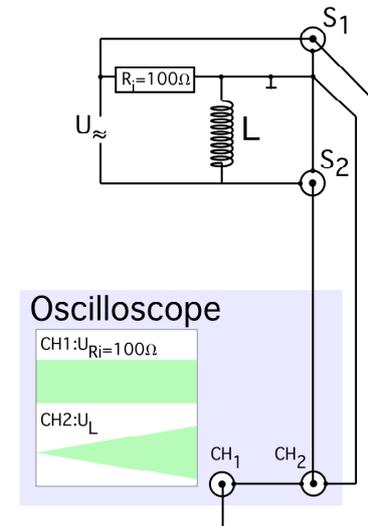
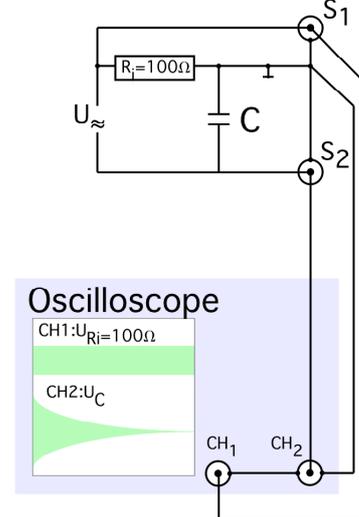
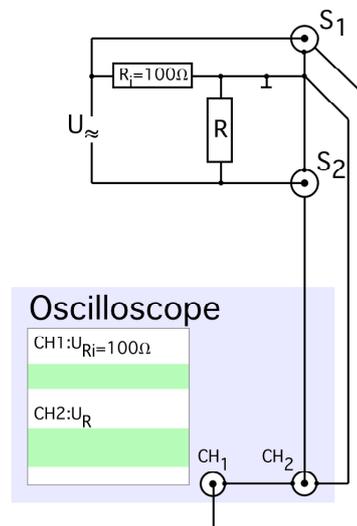
Nous choisissons le mode trigger DC et l'unité du temps 2 ms, la fréquence "sweep" est mise à la marque et la fréquence maximale (mode : NO SWEEP) $f=250$ kHz respectivement. $T = 4 \mu s$. Une unité horizontale de l'écran de l'oscilloscope correspond à 25 kHz. Dans le mode automatique (SWEEP) nous répétons l'expérience pour chacune des composantes : R, C et L.

5.4.1 Les observations

1) À l'entrée K une résistance

2) à l'entrée K une capacité

3) à l'entrée K une bobine



5.4.2 Description : Comportement de U et de I

$$U_R = R \cdot I_R$$

$$Q = C \cdot U$$

$$\frac{dQ}{dt} = I_C = C \cdot \frac{dU}{dt}$$

$$U_L = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Conclusions :

$$U_R = R \cdot I_R$$

$$I_R(f) = \text{const}$$

$$\Rightarrow U_R(f) = \text{const}$$

$$U_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \cdot I_C$$

$$I_C(f) = \text{const}$$

$$\Rightarrow U_C(f) \propto \frac{1}{f}$$

$$U_L = \omega \cdot L \cdot I_L$$

$$I_L(f) = \text{const}$$

$$\Rightarrow U_L(f) \propto f$$

Les mesures des amplitudes par l'oscilloscope nous permet la détermination des valeurs des constantes de proportionnalité R, C et L.

$$\begin{aligned}
 I_R &= I_{R_i} = I_0 \sin(\omega t) \\
 U_R &= R I_{0_R} \sin(\omega t) \\
 U_{0_R} &= R I_{0_R} \wedge U_{0_{R_i}} = R_i \cdot I_{0_{R_i}} \\
 I_{0_{R_i}} &= I_{0_R} \\
 \Rightarrow \frac{U_{0_R}}{U_{0_{R_i}}} &= \frac{R}{R_i} \\
 R &= \frac{U_{0_R}}{U_{0_{R_i}}} R_i
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_C(t) &= U_{0_C} \sin(\omega t) \\
 \Rightarrow I_C(t) &= U_{0_C} \omega \cdot C \cos(\omega t) \\
 \Rightarrow I_{0_C} &= U_{0_C} \omega \cdot C \\
 I_{0_C} &= I_{0_{R_i}} \\
 \Rightarrow I_{0_{R_i}} &= \frac{U_{0_{R_i}}}{R_i} = U_{0_C} \omega \cdot C \\
 C &= \frac{U_{0_{R_i}}}{U_{0_C} \cdot R_i \cdot \omega}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I(t) &= I_0 \sin(\omega \cdot t) \\
 \Rightarrow U(t) &= L I_{0_L} \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \\
 \Rightarrow U_{0_{sp}} &= L \cdot I_{0_L} \cdot \omega \\
 I_{0_L} &= I_{0_{R_i}} \\
 \Rightarrow I_{0_{R_i}} &= \frac{U_{0_{R_i}}}{R_i} = L \cdot I_{0_L} \cdot \omega \\
 L &= \frac{U_{0_L} \cdot R_i}{U_{R_i} \cdot \omega} = \frac{U_{0_L} \cdot R_i}{U_{R_i} \cdot 2\pi \cdot f}
 \end{aligned}$$

5.4.3 Exemples : Mesures de R, C et L par la détermination de la tension et de la fréquence

Détermination de la résistance
Valeur nominale : 50 Ω

Détermination de la capacité
Valeur nominale : 220 nF

Détermination du coefficient d'auto-induction

$$\begin{aligned}
 \forall f \\
 U_{0_{R_i}} &= 1,0 \text{ V} \\
 U_{0_R} &= 0,52 \text{ V} \\
 R_i &= 96 \Omega \\
 \Rightarrow R &= \frac{U_{0_R}}{U_{0_{R_i}}} R_i = \underline{\underline{49,92 \Omega}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{1}{5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} \text{ s}} = 10 \text{ kHz} \\
 U_{0_{R_i}} &= 2,2 \cdot 0,5 \text{ V} \\
 U_{0_C} &= 1,9 \cdot 0,5 \text{ V} \\
 R_i &= 96 \Omega \\
 \Rightarrow C &= \frac{U_{0_{R_i}}}{U_{0_C} R_i \omega} = \underline{\underline{191,9 \text{ nF}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f &= 200 \text{ kHz} \\
 U_{0_{R_i}} &= 0,65 \text{ V} \\
 U_{0_L} &= 0,45 \text{ V} \\
 R_i &= 96 \Omega \\
 \Rightarrow L &= \frac{U_{0_L} R_i}{U_{0_{R_i}} \omega} = \underline{\underline{5,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}}}
 \end{aligned}$$

6 Combinaisons des capacités et bobines et la mesure de la fréquence résonance

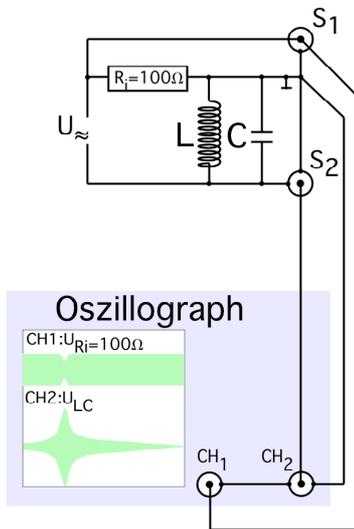
6.1 Schéma du montage

Capacité et bobine en parallèle. La fréquence résonance peut être déterminé par la représentation sur l'écran de l'oscilloscope si la fréquence maximale du générateur est connue.

Pour des résultats plus précis, il est préférable de comparer les signaux des canaux 1 et 2 à l'aide d'une figure de Lissajous. Au cas de la résonance, le déphasage entre le courant et la tension est zéro. La figure de Lissajous réagit sensiblement à la variation de la phase. C'est la méthode idéale pour les mesures de la fréquence résonance.

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow f_{res} = \frac{1}{(2\pi)^2 \sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = 0$$

Au cas de la fréquence résonance, la figure de Lissajous représente une droite oblique au système de référence x-y sur l'écran de l'oscilloscope. La détection manuelle de la fréquence résonance devient ainsi très simple.



La fréquence résonance en fonction de la capacité C et du coefficient d'induction L est donnée par :

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{1}{(2\pi)^2 f^2 \cdot L} \quad \vee \quad L = \frac{1}{(2\pi)^2 f^2 \cdot C}$$

6.2 Approche

Le générateur de fréquence au mode fréquences variable nous permet la détection d'une fréquence résonance sur l'écran de l'oscilloscope, si celle-ci existe entre la fréquence initiale et la fréquence maximale. Si la fréquence résonance existe, l'on choisit le mode fréquence stable du générateur et l'on varie la fréquence jusqu'à ce que le maximum de l'amplitude ait atteint. On peut améliorer le résultat en contrôlant la fréquence trouvé à l'aide de la figure de Lissajous, qui doit être une droite oblique. Cette fréquence est la fréquence résonance du système et on la détermine à l'aide d'un appareil de mesure de fréquences ou bien on détermine la période du signal à partir de l'image du sinus sur l'écran de l'oscilloscope.

6.3 Comparaison auditive du signal de l'ordinateur avec le signal analogue

L'oreille est un analyseur idéal de fréquences. Nous remplaçons la bobine de Rogowski par un haut-parleur. Nous comparons les fréquences émises du système analogue avec les fréquences engendrées par l'ordinateur. La fréquence résonance nous montre le phénomène du battement.