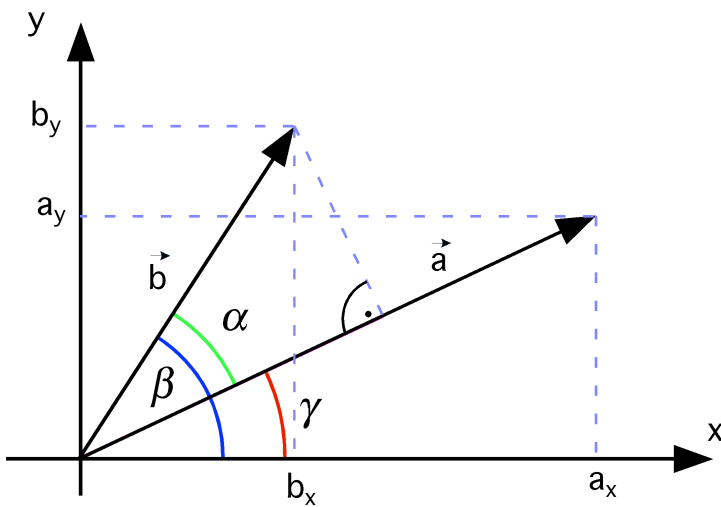


Preuve de l'égalité des deux définitions du produit scalaire

esquisse



Définition : $\alpha = \angle(\vec{a}; \vec{b})$

à démontrer : $\vec{a} \cdot \vec{b} \stackrel{2)}{=} |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha \stackrel{1)}{=} a_x b_x + a_y b_y$

Preuve 1) :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} ; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \vec{i} + a_y \vec{j}) \cdot (b_x \vec{i} + b_y \vec{j}) = a_x b_x + a_y b_y}}$$

Preuve 2)

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos \gamma \\ a \sin \gamma \end{pmatrix} ; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \cos \beta \\ b \sin \beta \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a \cos \gamma \\ a \sin \gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b \cos \beta \\ b \sin \beta \end{pmatrix} = ab(\cos \gamma \cos \beta + \sin \gamma \sin \beta)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos(\gamma - \beta) = ab \cos \alpha}}$$