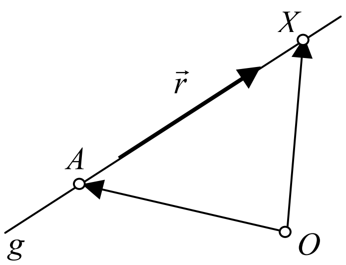
6. Analytische Geometrie : Geraden in der Ebene

6.1. Vektorielle Geradengleichung

Eine Gerade ist durch einen Punkt A und einen Richtungsvektor $\vec{r}$ eindeutig bestimmt. Durch die Einführung eines Parameters $k \in \mathbb{R}$ kann eine Parametergleichung der Geraden bestimmt werden.
Dies kann auf zwei Arten erfolgen:

(1) Vektorielle Parametergleichung der Geraden



Sei die Gerade g durch A und $\vec{r}$ gegeben. Dann gilt:

$X \in g \Leftrightarrow \overrightarrow{AX}$ und $\vec{r}$ sind kollinear, d.h.

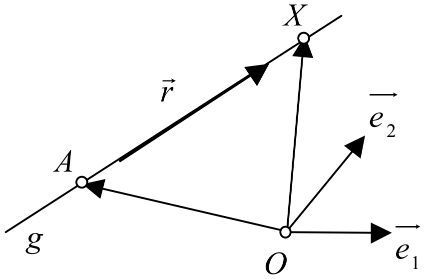
$\overrightarrow{AX} = k\vec{r}$, mit $k \in \mathbb{R}$

Wird der Ursprung eines Koordinatensystems herangezogen, dann erhält man die folgende Gleichungsform:

$$\boxed{\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + k\vec{r} \text{ , wobei } k \in \mathbb{R}}$$

(2) Parametergleichung der Geraden

Werden noch das Koordinatensystem $(O; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$ mit den Koordinaten der Punkte $A(a_1;a_2)$ und $X(x;y)$ sowie die Komponenten des Richtungsvektors $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$ hinzugefügt, dann bekommt man die Parametergleichung der Geraden g :



$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} \text{ mit } k \in \mathbb{R} \text{ oder}$$

$$\begin{cases} x = a_1 + kr_1 \\ y = a_2 + kr_2 \end{cases}$$

Bemerkung:
Wird die Gerade durch die Punkte A und B gegeben, dann wählt man $\overrightarrow{AB}$ als Richtungsvektor.

Beispiele

1) $A(3;4)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}\qquad\begin{cases}x=3+3k\\y=4-5k\end{cases}$$

2) $A(3;4)$ $B(1;0)$ $\vec{r}=\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}=2\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\qquad\begin{cases}x=3+k\\y=4+2k\end{cases}$$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}\qquad\begin{cases}x=1+k\\y=2k\end{cases}$$

3) $A(-5;3)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\3\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}\qquad\begin{cases}x=-5+3k\\y=3\end{cases}$$

Horizontale Gerade

4) $A(5;7)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\7\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix}\qquad\begin{cases}x=5\\y=7-2k\end{cases}$$

Vertikale Gerade

6.2. Koordinatengleichung der Geraden

Zwei verschiedene Richtungsvektoren $\vec{r}=\begin{pmatrix}r_1\\r_2\end{pmatrix}$ und $\vec{s}=\begin{pmatrix}s_1\\s_2\end{pmatrix}$ derselben Geraden sind kollinear. Falls $r_1,\ s_1\neq 0$, dann gilt $\frac{r_2}{r_1}=\frac{s_2}{s_1}$. Dieses Verhältnis stellt eine Grösse dar, die vom gewählten Richtungsvektor unabhängig ist.

Definition 1

Die **Steigung** der Geraden g mit dem Richtungsvektor $\vec{r}=\begin{pmatrix}r_1\\r_2\end{pmatrix}$ ist die Zahl $m=\frac{r_2}{r_1}$, falls $r_1\neq 0$.

Koordinatengleichung

Gegeben ist nun eine Gerade g mit dem Richtungsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$ und dem Punkt $A(a_1;a_2)$. Gesucht ist eine allgemein gültige Beziehung, welche alle Punkte $X(x;y) \in g$ erfüllen sollen. Es gilt:

$X \in g \Leftrightarrow \overrightarrow{AX} = \begin{pmatrix} x-a_1 \\ y-a_2 \end{pmatrix}$ und $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$ sind kollinear

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x-a_1 & r_1 \\ y-a_2 & r_2 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow r_2(x-a_1) - r_1(y-a_2) = 0$, was auch

$\Leftrightarrow ax + by + c = 0$ bedeutet (**Normalform** der Geradengleichung)

$\Leftrightarrow \dfrac{x-a_1}{r_1} = \dfrac{y-a_2}{r_2}$, wobei $r_1,\ r_2 \neq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{y-a_2}{x-a_1} = \dfrac{r_2}{r_1} = m$, wobei $r_1 \neq 0$

$\Leftrightarrow y - a_2 = m(x-a_1)$ (**Punkt-Richtungs-Form** der Geradengleichung)

$\Leftrightarrow y = mx + h$, wobei $r_1 \neq 0$ und $h = a_2 - m \cdot a_1$

Umgekehrt beschreibt die Gleichung $ax + by + c = 0$, wobei $a,b,c \in \mathbb{R}$ und $(a;b) \neq (0;0)$ die Punkte der Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ und $m = \dfrac{-a}{b}$, falls $b \neq 0$.

Bemerkungen und Spezialfälle

1) Die Normalform und die Punktrichtungsform sind die zwei meist benützten Formen der Koordinatengleichung.

2) Aus einer Parametergleichung kann durch Elimination des Parameters die Koordinatengleichung bestimmt werden.

3) $r_2 = 0$: die Gleichung $r_2(x-a_1) - r_1(y-a_2) = 0$ wird nach Division durch $r_1 \neq 0$ zu

$y = a_2$ (Parallele zur x-Achse)

4) $r_1 = 0$: die Gleichung $r_2(x-a_1) - r_1(y-a_2) = 0$ wird nach Division durch $r_2 \neq 0$ zu

$\cancel{y = a_2}\ x = a_1$ (Parallele zur y-Achse)

Beispiele

1) $A(3;4)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ $m=\frac{-5}{3}$

$\frac{x-3}{3}=\frac{y-4}{-5}$ $y-4=\frac{-5}{3}(x-3)$ $5x+3y-27=0$

2) $A(2;-1)$ $B(5;7)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}=\overrightarrow{AB}$ und $m=\frac{8}{3}$

$\frac{x-5}{3}=\frac{y-7}{8}$ $y-7=\frac{8}{3}(x-5)$ $8x-3y-19=0$

3) $A(-5;3)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $m=0$

$\frac{x+5}{3}=\frac{y-3}{0}$ $y-3=0(x+5)$ $y-3=0$

4) $A(4;7)$ $\vec{r}=\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ m ist nicht definiert

$\frac{x-4}{0}=\frac{y-7}{-5}$ $x-4=0$

6.3. Graphische Darstellung

Die Kenntnisse dazu sollten spätestens seit der Klasse M2 bekannt sein. Als Erinnerung seien erwähnt:

a) Es genügt zwei Punkte einer Geraden in einem Koordinatensystem einzutragen, um diese zeichnen zu können.

b) Falls die Gerade in der Form $y=mx+h$ gegeben ist, dann sind $H(0;h)$ und $K\left(\frac{-h}{m};0\right)$ die Schnittpunkte dieser Geraden mit den Koordinatenachsen.

c) Man kann mit dem *y*-Achsenabschnitt H und dem Richtungsvektor $\vec{r}=\begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$ die Gerade zeichnen. Falls m echt rational ist, d.h. $m=\frac{p}{q}$, dann wählt man $\vec{r}=\begin{pmatrix} q \\ p \end{pmatrix}$.

6.4. Gegenseitige Lage zweier Geraden

Satz 1
Die Geraden $(g_1):\ a_1x+b_1y+c_1=0$ und $(g_2):\ a_2x+b_2y+c_2=0$

- sind parallel oder zusammenfallend $\Leftrightarrow\ m_1=m_2$
- schneiden sich $\Leftrightarrow\ (a_1;b_1)\neq k(a_2;b_2)$
- sind parallel $\Leftrightarrow\ (a_1;b_1)=k(a_2;b_2)$ und $c_1\neq kc_2$
- fallen zusammen $\Leftrightarrow\ (a_1;b_1;c_1)=k(a_2;b_2;c_2)$

Beispiele

1) $2x+3y-4=0$ $\quad 2x+3y-1=0$ $\quad$ parallele Geraden

2) $x+2y+5=0$ $\quad -2x-4y-10=0$ $\quad$ zusammenfallende Geraden

3) $2x+3y+1=0$ $\quad 2x-3y+1=0$ $\quad$ sich schneidende Geraden

4) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}+\varepsilon\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad$ parallele Geraden

5) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}+\varepsilon\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\quad$ zusammenfallende Geraden

6) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}+\varepsilon\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ sich schneidende Geraden

7) $x+2y+3=0$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ sich schneidende Geraden

8) $x+2y+3=0$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ zusammenfallende Geraden

9) $3x-2y+4=0$ $\quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\quad$ parallele Geraden

6.5. Aufgaben

6.5.1. Gegeben ist die Gerade $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Stelle die Gerade graphisch dar und die entsprechenden Punkte für $k = -3,\ -2,\ -1, 0, 1, 2, 3$.

6.5.2. a) Bestimme die Parametergleichung der Geraden, die durch den Punkt $A(-2;3)$ geht und den Richtungsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$ besitzt.

b) Gleiche Frage für den Punkt $B(2;5)$ und den Richtungsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$.

c) Gleiche Frage für den Punkt $B(2;5)$ und den Richtungsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

6.5.3. Bestimme den Schnittpunkt der Geraden AB und CD:

a)	$A(0;2)$	$B(2;3)$	$C(0.5;4)$	$D(2;-0.5)$
b)	$A(0;2)$	$B(2;3)$	$C(1;0)$	$D(3;1)$
c)	$A(0;2)$	$B(2;3)$	$C(-8;0)$	$D(4;4)$
d)	$A(1;3)$	$B(3;4)$	$C(5;5)$	$D(-1;2)$
e)	$A(-2;-1)$	$B(4;3)$	$C(1;3)$	$D(5;0)$

6.5.4. Bestimme die Koordinatengleichung folgender Geraden:

a) $\begin{cases} x = 4 - 3k \\ y = 1 + k \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x = 7 - 4s \\ y = 3 + 5s \end{cases}$

6.5.5. Zeige, dass die folgenden sechs Gleichungen dieselbe Gerade beschreiben.

1) $3x + 2y = 11$ 2) $\begin{cases} x = 5 - 2k \\ y = -2 + 3k \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

4) $6x + 4y - 22 = 0$ 5) $\dfrac{9-x}{2} = \dfrac{y+8}{3}$ 6) $y = \dfrac{-3}{2}x + \dfrac{11}{2}$

6.5.6. Gegeben ist die Gerade $-3x + 2y - 6 = 0$. Bestimme denjenigen Punkt auf dieser Geraden,

a) so dass seine x-Koordinate 3 beträgt;
b) so dass seine y-Koordinate -4 beträgt;
c) so dass seine beiden Koordinaten gleich sind;
d) der sich auf der x-Achse befindet;
e) der sich auf der y-Achse befindet;
f) der auch auf der Geraden $5x - 7y + 4 = 0$ liegt.

6.5.7. Bestimme die Steigung und die Koordinatengleichung (Normalform) der Geraden, die folgendermassen gegeben ist:

a) Punkt $A(-5;4)$ und Richtungsvektor $\vec{r} = -3\overrightarrow{e_1} + \overrightarrow{e_2}$

b) Punkt $A(3;-7)$ und Steigung $m = \frac{-1}{5}$

c) Punkt $A\left(\frac{-1}{2};\frac{3}{4}\right)$ und Richtungsvektor $\vec{r} = \frac{-2}{3}\overrightarrow{e_1} + \frac{1}{3}\overrightarrow{e_2}$

d) Punkte $A(7;2)$ und $B(-5;8)$

e) Punkte $A\left(\frac{4}{3};\frac{2}{5}\right)$ und $B\left(\frac{3}{4};\frac{-1}{3}\right)$

f) Punkt $A(-7;8)$ und Richtungsvektor $\vec{r} = \overrightarrow{e_1}$

g) Gerade parallel zur Achse OE_2 und Punkt $A(4;5)$

6.5.8. Bestimme den Schnittpunkt folgender Geraden:

1) $4x - 3y = 6$ und $6x + y = 20$

2) $2x - 9y = 8$ und $\begin{cases} x = 16 - 4k \\ y = -6 + 2k \end{cases}$

3) $\begin{cases} x = -2 + k \\ y = -5 + 2k \end{cases}$ und $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$

4) $4(x+3) = 3(6-y)$ und $3x + 2y = 4$

5) $4x - 6y = 3$ und $-2x + 3y = 5$

6) $2x + 3y = 5$ und $\begin{cases} x = 7 - 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = 1 + k \\ y = 2 - k \end{cases}$ und $x + y = 3$

6.5.9. Stelle die folgenden Geraden in einem kartesischen Koordinatensystem $(O;E_1;E_2)$ graphisch dar:

1) $2x + 5 = 0$

2) $2x - 3y + 6 = 0$

3) $-3y + 9 = 0$

4) $5x + 3y - 15 = 0$

5) $2x = 0$

6) $y - 3 = 2(x - 4)$

6.5.10. Bestimme die gegenseitige Lage folgender Geraden:

1) $4x - 2y = 1$ und $-2x + y = 5$

2) $3x + y = 8$ und $6x - 2y = 3$

3) $8x - 4y = 2$ und $-4x + 2y = -1$

4) $-x + 2y = 3$ und $\begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = 1 + k \end{cases}$

5) $3x + 2y - 7 = 0$ und $\begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = 3 - 3k \end{cases}$

6) $6x + y = 9$ und $\begin{cases} x = 1 - k \\ y = 3 + 2k \end{cases}$

7) $\begin{cases} x = 7 + k \\ y = 8 - k \end{cases}$ und $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 10 + 3t \end{cases}$

8) $\begin{cases} x = 4 + 2k \\ y = k \end{cases}$ und $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$

9) $\begin{cases} x = 2k \\ y = 3 + 5k \end{cases}$ und $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

6.5.11. Gegeben sind die Punkte $A(0;1)$, $B(0;6)$, $C(0;5)$, $D(6.5;-1)$, $E(7;-4)$ und $F(-3;13)$. Die Geraden AB, CD und EF legen ein Dreieck fest. Bestimme die Eckpunkte des Dreiecks.

6.5.12. Gegeben sind die Punkte $A(3;-2)$, $B(-3;2)$ und $C(0;-1)$.
Bestimme die Koordinatengleichungen der Seiten sowie der Seitenhalbierenden des Dreiecks ABC.

6.5.13. $A(1;2)$, $B(6;0)$ und $C(9;2)$ sind die Eckpunkte eines Parallelogramms. Bestimme die Koordinaten der vierten Ecke D sowie die Koordinatengleichungen der Seiten und der Diagonalen.

6.5.14. a: 2x - 3y = -5, b: 5x - 2y = 26, c: 3x + y = 9 stellen die Seiten eines Dreiecks dar. Bestimme die Koordinatengleichungen seiner Seiten- halbierenden und die Koordinaten des Schwerpunkts.

6.5.15. a) Bestimme die Koordinatengleichung der Geraden, die parallel zur Geraden $4x - 3y + 7 = 0$ ist und durch den Punkt $P(-7;8)$ geht.

b) Gleiche Frage für $P(-2;3)$ und $-3x + 5y + 15 = 0$.

6.5.16. Die parallelen Geraden g und h sind gegeben. Wie heisst die Koordinatengleichung ihrer Mittelparallelen?

a) $g:\ 3x - 2y + 4 = 0$ und $h:\ 6x - 4y - 3 = 0$

b) $g:\ x - 3y - 12 = 0$ und $h:\ \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$

6.5.17. Zeige, dass die Geraden g und h normal aufeinander stehen.

a) $g:\ 2x - 5y - 5 = 0$ und $h:\ 5x + 2y + 10 = 0$

b) $g: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$ und $h: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -12 \\ 5 \end{pmatrix}$

6.5.18. Bestimme die Koordinaten des Höhenschnittpunktes H des Dreiecks $A(0;0)B(12;6)C(4;12)$.

6.6. Lösungen der Aufgaben

6.6.1. zeichnerische Lösung

6.6.2. a) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$ oder $\begin{cases} x = -2+5k \\ y = 3-7k \end{cases}$

b) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$ oder $\begin{cases} x = 2+5k \\ y = 5-7k \end{cases}$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ oder $\begin{cases} x = 2+3k \\ y = 5+4k \end{cases}$

6.6.3. a) $S\left(1;\frac{5}{2}\right)$ b) unmöglich c) $S(4;4)$

d) unendlich viele Schnittpunkte (AB und CD fallen zusammen)

e) $S\left(\frac{41}{17};\frac{33}{17}\right)$

6.6.4. a) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ oder $x + 3y - 7 = 0$

b) $y = -\frac{5}{4}x + \frac{47}{4}$ oder $5x + 4y - 47 = 0$

6.6.6. a) $P\left(3;\frac{15}{2}\right)$ b) $P\left(-\frac{14}{3};-4\right)$ c) $P(-6;-6)$

d) $P(-2;0)$ e) $P(0;3)$ f) $P\left(-\frac{34}{11};-\frac{18}{11}\right)$

6.6.7. a) $m = -\frac{1}{3}$ und $x + 3y - 7 = 0$ b) $m = -\frac{1}{5}$ und $x + 5y + 32 = 0$

c) $m = -\frac{1}{2}$ und $x + 2y - 1 = 0$ d) $m = -\frac{1}{2}$ und $x + 2y - 11 = 0$

e) $m = \frac{44}{35}$ und $132x - 105y - 134 = 0$ f) $m = 0$ und $y = 8$

g) m ist nicht definiert und $x = 4$

6.6.8. 1) $S(3;2)$ 2) $S(4;0)$ 3) $S(2;3)$

4) $S(0;2)$ 5) kein Schnittpunkt 6) kein Schnittpunkt

7) $\{(x;y) \mid x + y = 3\}$

6.6.10 1) parallel 2) sich schneidende 3) zusammenfallend
4) zusammenfallend 5) parallel 6) sich schneidende
7) zusammenfallend 8) parallel 9) sich schneidende

6.6.11. $S(0;5)$; $T\left(\frac{377}{101};\frac{157}{101}\right)$; $U\left(0;\frac{79}{10}\right)$

6.6.12. $AB: 2x + 3y = 0$; $AC: x + 3y + 3 = 0$; $BC: x + y + 1 = 0$; $AA': 5x + 9y + 3 = 0$; $BB': 7x + 9y + 3 = 0$; $CC': x = 0$

6.6.13. $D(4;4)$; $AB: 2x+5y-12=0$; $AD: 2x-3y+4=0$; $CD: 2x+5y-28=0$;
$BC: 2x-3y-12=0$; $AC: y-2=0$ und $BD: 2x+y-12=0$

6.6.14. $A(4;-3)$; $B(2;3)$; $C(8;7)$ und Schwerpunkt : $\left(\frac{14}{3};\frac{7}{3}\right)$
$AA': 8x-y-35=0$; $BB': x+4y-14=0$; $CC': 7x-5y-21=0$
$A'(5;5)$, $B'(6;2)$ und $C'(3;0)$

6.6.15. a) $4x-3y+52=0$ b) $-3x+5y-21=0$

6.6.16. a) $12x-8y+5=0$ b) $x-3y-5=0$

6.6.18. $H(6;8)$